## EXERCICE N°3 : 4 points 25 '

U la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $U_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$

1/ Calculer $U_1$, $U_2$ et $U_3$ .

2/ Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{n}{\sqrt{n^2+n}} \leq U_n \leq \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$

3/ En déduire que $(U_n)$ converge vers un réel $\ell$ que l'on déterminera.

## EXERCICE N°4 : 6 points 35 '

On considère une suite $u$ définie sur $\mathbb{N}^* \setminus \{1\}$ par : $u_2 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{2}{3}\frac{n+1}{n}u_n + n + 1$ , pour tout $n \geq 2$ .

1) a- Calculer $u_4$ .

b- $u$ est-elle une suite arithmétique ? Géométrique ?

2) On pose $v_n = \frac{u_n}{n}$ , pour tout $n \geq 2$.

a- Montrer que $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n + 1$ , pour tout $n \geq 2$.

b- Montrer, par récurrence, que pour tout $n \geq 2$ on a $v_n < 3$ .

c- Montrer que $v$ est une suite croissante.

3) On pose $w_n = v_n - 3$ , pour tout $n \geq 2$.

a- Montrer que $w$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b- Etudier les variations de $w$ .

c- Exprimer en fonction de $n$ : $w_n$, $v_n$, $u_n$ et $S_n = v_2 + v_3 + \ldots\ldots\ldots + v_n$.

Qarray.tn -Agra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Agra Blech- Qarray.tn


Tous droits réservés © TakiAcademy.com